

# *vers une vision visionnelle d'application de la mécanique*

CONFERENCE EN L'HONNEUR DE

**JEAN JACQUES  
MARIGO**

PORQUEROLLES

31 mai - 2 juin 2018

**Conférenciers**

Yann Capdeville  
Claudia Comi  
André Chrysochoos  
Gianni Dal Maso  
Antonio De Simone  
Hichem Ferdjani  
Aziz Hamdouni

Laurence Halpern  
Éric Lorentz  
Sébastien Neukirch  
Benoît Roman  
Stéphane Roux  
Pierre Suquet  
Lev Truskinovsky

**Organisation**

Patrick Ballard  
Frédéric Feyel  
Gilles Francfort  
Joël Frelat  
Michel Jabbour  
Jérôme Laverne  
Andrés A León Baldelli  
Corrado Maurini  
Kim Pham

**Support**

- Safran • EDF • LAGA
- Institut Galilée
- Sorbonne Université
- Institut Jean le Rond d'Alembert
- LMS — École Polytechnique



---

## SPONSORS

Nous remercions le support logistique et financier de

- EDF Lab Paris Saclay,
- Safran-Tech, Modelling and simulation department,
- Institut Jean Le Rond d'Alembert, Sorbonne Université,
- UFR d'Ingénierie, Sorbonne Université,
- Laboratoire de Mécanique des Solides, Ecole Polytechnique,
- Institut Galilée, Université Paris 13.

## COMITÉ D'ORGANISATION

- Patrick Ballard
- Frédéric Feyel
- Gilles Francfort
- Joël Frelat
- Michel Jabbour
- Jérôme Laverne
- Andrés Alessandro León Baldelli
- Corrado Maurini
- Kim Pham

---

## PROGRAMME

**Jeudi 31 mai.**

- 9h00 - 9h10 : Introduction
- 9h10 - 9h55 : *Lev Truskinovsky*, Fracture mechanics from the angle of statistical physics and nonlinear elasticity.
- 10h00 - 10h45 : *Claudia Comi*, Locally resonant metamaterials: modelling and applications.

*Pause café*

- 11h10 - 11h55 : *Eric Lorentz*, Un modèle d'endommagement à gradient représentatif de fissures cohésives.
- 12h00 - 12h45 : *Hicheme Ferdjani*, Effets d'échelle et propagation avec le modèle de Dugdale-Barenblatt.

*Déjeuner*

- 16h00 - 16h45 : *Pierre Suquet*, A variational derivation of FFT-based schemes in computational micro mechanics.

*Pause café*

- 16h50 - 17h35 : *Aziz Hamdouni*, Quelques applications de la géométrie différentielle en mécanique : de la modélisation à la discréétisation.
- 18h00 - 18h45 : *Sebastien Neukirch*, Le treuil élastocapillaire en une et deux dimensions.

*20h00 : Diner*
**Vendredi 1 juin.**

- 9h00 - 9h45 : *André Chrysochoos*, Analyse énergétique du comportement des matériaux sous chargement cyclique.
- 9h50 - 10h35 : *Gianni Dal Maso*, A minimization approach to the wave equation on time-dependent domains.

*Pause café*

- 11h00 - 11h45 : *Laurence Halpern*, Bérenger's perfectly matched layersh mathematical study of transmission.
- 11h50 - 12h35 : *Stéphane Roux*, Tearing up the veils.

*Déjeuner*

- 16h00 - 16h45 : *Antonio De Simone*, Flagellar motility and metaboly in Euglena gracilis lessons on locomotion and shape control from a unicellular protist.
- 16h50 - 17h35 : *Yann Capdeville*, Homogenisation for seismic wave propagation and imaging in complex media

*Pause café*

- 18h00 - 18h45 : *Benoît Roman*, Variations sur la déchirure

*20h00 : Diner*

## Liste des résumés

|  |  |    |
|--|--|----|
| Lev Truskinovsky   | <i>Fracture mechanics from the angle of statistical physics and nonlinear elasticity.</i>                                      | 5  |
| Claudia Comi (joint with R. Ardito, L. Driemeier, M. Moscatelli)   | <i>Locally resonant metamaterials: modelling and applications</i>  | 6  |
| Eric Lorentz   | <i>Un modèle d'endommagement à gradient représentatif de fissures cohésives</i>  | 7  |
| Sebastien Neukirch   | <i>Le treuil élastocapillaire en une et deux dimensions.</i>   | 9  |
| Hicheme Ferdjani   | <i>Effets d'échelle et propagation avec le modèle de Dugdale-Barenblatt</i>  | 10 |
| Aziz Hamdouni  | <i>Quelques applications de la géométrie différentielle en mécanique : de la modélisation à la discréétisation</i>             | 11 |
| Pierre Suquet (joint with Jean-Claude Michel)  | <i>A variational derivation of FFT-based schemes in computational micro mechanics.</i>   | 12 |
| André Chrysochoos  | <i>Analyse énergétique du comportement des matériaux sous chargement cyclique.</i>   | 14 |
| Gianni Dal Maso  | <i>A minimization approach to the wave equation on time-dependent domains.</i>   | 15 |
| Laurence Halpern (joint with Jeffrey Rauch)  | <i>Bérenger's perfectly matched layers: mathematical study of transmission</i>   | 16 |
| Benoît Roman (joint with M.Arroyo, B.Audoly, J.Bico, E.Cerda, J.F. Fuentealba, E.Hamm, A.Ibarra, B.Li, F.Melo, P.Reis, V.Romero, A.Takei, I.Sivak) | <i>Variations sur la déchirure</i>   | 17 |
| Antonio De Simone  | <i>Flagellar motility and metaboly in Euglena gracilis: lessons on locomotion and shape control from a unicellular protist</i> | 19 |
| Yann Capdeville (joint with Paul Cupillard, Laurent Guillot, Jean-Jacques Marigo)  | <i>Homogenization for seismic wave propagation and imaging in complex media</i>  | 20 |
| Stéphane Roux (joint with O. Mahmood and B. Audoly)  | <i>Tearing up the veils</i>  | 21 |

## Abstracts

### **Fracture mechanics from the angle of statistical physics and nonlinear elasticity.**

LEV TRUSKINOVSKY

We discuss simple examples relying on two seemingly recondite approaches to brittle fracture. One of them is to search for global minima by computing statistical sums and then driving temperature to zero. Another one is to see fracture as a result of instability in physically and geometrically nonlinear elasticity.

## Locally resonant metamaterials: modelling and applications

CLAUDIA COMI

(joint work with R. Ardito, L. Driemeier, M. Moscatelli)

Structured multi-component materials can exhibit very interesting, unusual mechanical properties. In particular locally resonant metamaterials (LRM) have a peculiar dynamic response which can be exploited for vibration protection, impact absorption and energy harvesting. Indeed, the dispersion spectrum of LRM exhibits bandgaps, i.e. frequency ranges in which no wave with real wavenumber can propagate; the amplitude and the location of these gaps are very important as they set the potential application of a specific metamaterial.

For given geometry and mechanical properties of the LRM, the band structure can be numerically computed by analyzing a unit cell with Bloch-Floquet boundary conditions [1]. Another possible approach to the analysis is based on the homogenization theory [2]. This latter approach, even though restricted to materials with constituents having high contrast of stiffness, allows to obtain analytical results and, hence, opens the way to the effective optimization of the metamaterial geometry and composition. Through homogenization, one can obtain an effective mass density of the metamaterial, depending on the wave frequency: the frequencies leading to a negative effective mass density identify then the band gap of the material. The present work will develop and compare the two approaches for a periodic material with soft cylindrical inclusions, see Fig. 1, and will discuss an application of a three-components LRM for energy absorption [3].

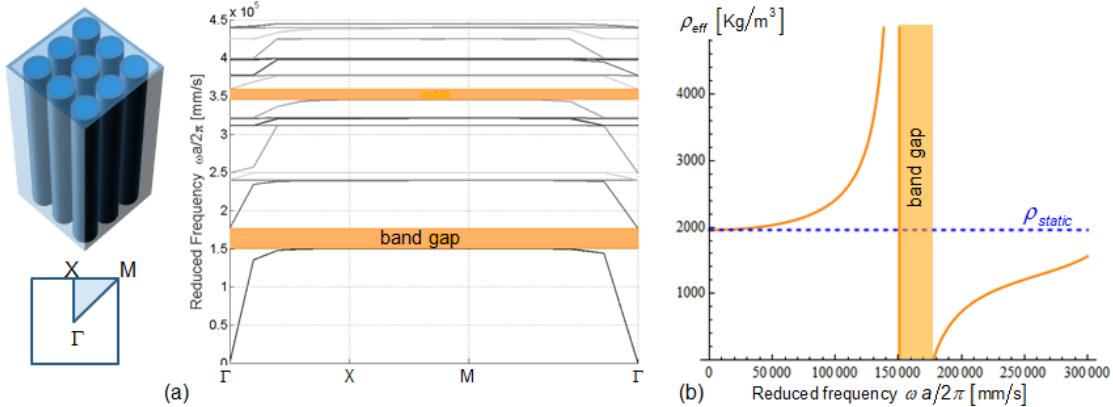


FIGURE 1. 2D LRM: (a) dispersion spectrum of out-of-plane waves (Bloch conditions), (b) effective mass density vs frequency.

## REFERENCES

- [1] Phani,A. S.,Woodhouse, J., Fleck, N. A. Wave propagation in two-dimensional periodic lattices. *J. Acoust. Soc. Am.*, 119:1995–2005, 2006.
- [2] Pham, K., Maurel, A. and Marigo, J-J. Two scale homogenization of a row of locally resonant inclusions - the case of anti-plane shear waves. *J. Mech. Phys. Solids*, 116:80–94, 2017.
- [3] Comi, C., Driemeier, L. Metamaterials for crashworthiness of small cars. *Aimeta2017*, 2017.

## Un modèle d'endommagement à gradient représentatif de fissures cohésives

ERIC LORENTZ

La finalité de l'étude consiste à prédire la dégradation mécanique d'ouvrages en béton. On se place ici à une échelle telle que chaque fissure macroscopique soit représentée individuellement dans l'optique d'examiner plus en détail des zones singulières de l'ouvrage. On choisit alors de décrire l'état de fissuration local par un modèle d'endommagement isotrope. Le phénomène de localisation y est contrôlé par des termes non locaux basés sur le gradient d'endommagement. Un potentiel gouverne l'évolution du champ d'endommagement à l'échelle de la structure.

Les termes non locaux dans la loi de comportement définissent implicitement une échelle dite non locale. Elle correspond à l'épaisseur des bandes de localisation de l'endommagement. Le modèle est construit de sorte à séparer explicitement, d'une part, les paramètres macroscopiques tels que les coefficients d'élasticité, la contrainte à rupture et l'énergie de fissuration, et d'autre part, cette longueur d'échelle non locale. Lorsque cette dernière tend vers zéro en fixant les paramètres dits macroscopiques, les résultats (déformations, fissuration, contraintes) s'approchent de ceux obtenus avec un modèle cohésif en mode I.

La longueur d'échelle non locale peut alors être interprétée comme un paramètre de régularisation. Lorsqu'il est choisi suffisamment petit par rapport à l'échelle caractéristique de la structure, le modèle d'endommagement non local produit des résultats cohérents avec ceux d'une loi cohésive. Il bénéficie ainsi des nombreux travaux de la communauté en matière de validation physique et donne directement accès à des informations telles que l'ouverture ou l'extension des fissures. En même temps, il profite des facilités algorithmiques des modèles à champs de phase (ici, l'endommagement) pour prédire les trajets de fissuration.

Il reste alors à porter une attention particulière au transfert des efforts de compression à travers les fissures. Loin d'être anecdotiques, ces effets se manifestent par exemple lorsqu'il s'agit de résister au poids propre ou à des efforts de pression, ou encore dans les zones de cisaillement au voisinage des armatures et des câbles de précontrainte dans lesquelles se forment des bielles de compression. En pratique, un état local totalement endommagé doit conserver une rigidité en compression. Quelques considérations phénoménologiques permettent de construire une classe de lois élastiques non linéaires qui rendent compte de cette propriété et enrichissent en conséquence le modèle d'endommagement non local pour lui donner le niveau de représentativité souhaité, cf. [1].

### REFERENCES

- [1] Lorentz E. A nonlocal damage model for plain concrete consistent with cohesive fracture. *Int J Fract*, 207:123-159, 2017.

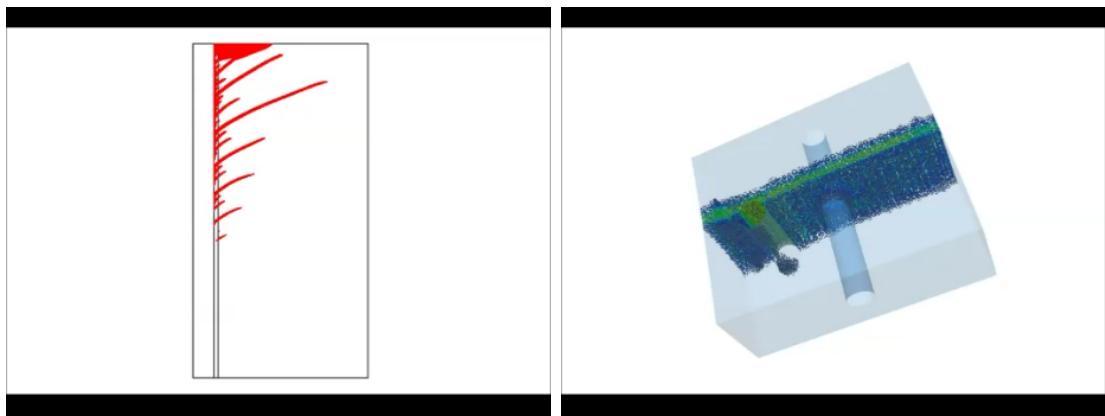


FIGURE 1. Gauche: pattern de fissures le long d'une barre d'acier.  
Droite: fissure traversante dans une paroi d'enceinte.

**Le treuil élastocapillaire en une et deux dimensions.**

SEBASTIEN NEUKIRCH

Nous parlerons d'élasto-capillarité, domaine mellant la déformation des structures élastiques et les forces de tension de surface. En effet, les forces capillaires que développent les gouttes liquides peuvent être suffisamment intenses pour plier des filaments ou des membranes, voir même enrouler des fibres.

Plus particulièrement nous nous intéresserons au mécanisme de treuil présent dans les toiles géométriques des araignées Néphiles, puis nous montrerons comment, en nous inspirant de ce phénomène naturel, nous avons construit une fibre hybride ultra-extensible. Finalement, nous étudierons l'extension du mécanisme de treuil capillaire aux membranes élastiques.

## Effets d'échelle et propagation avec le modèle de Dugdale-Barenblatt

HICHEME FERDJANI

La première partie de la présentation est consacrée à la définition du modèle utilisé, et à le situer par rapport aux modèles de Dugdale [1] et de Barenblatt [2]. Nous arrivons à la conclusion que c'est un cas particulier du modèle de Barenblatt présentant des similitudes avec celui de Dugdale, ce qui justifie son appellation de *Dugdale-Barenblatt*.

La deuxième partie est un résumé d'un article consacré à la mise en évidence des *effets d'échelle* dans ce modèle [3]. A travers deux exemples particuliers (plaqué trouée et plaque fissurée), il est montré que les structures sont insensibles aux petits défauts et se comportent comme des structures saines. Il est montré également que la propagation de la fissure se divise en deux phases appelées *cohésive* et *de propagation*. Pour chacune de ces phases les critères de propagation sont établis à l'aide d'un principe de minimisation de l'énergie totale.

La suite de l'exposé est consacrée aux différents travaux réalisés. Nous insistons particulièrement sur les travaux suivants:

- Une généralisation des résultats obtenus par [3] à un autre modèle appelé *Dugdale régularisé* [4].
- Une deuxième généralisation à une autre structure et à un autre chargement: un demi-plan fissuré soumis à un cisaillement anti-plan [5]. Les équations du problème élastique sont réduits à une équation intégrale singulière résolue semi-analytiquement, suivant une procédure développée par F. Erdogan [6].
- Une application du modèle en mode mixte sur une structure semi-infinie [7]. Une généralisation du modèle de Dugdale-Barenblatt en mode mixte est proposée, et les critères de propagation sont déduits.
- Une reprise du problème d'une fissure entre deux demi-plans homogènes et isotropes England [8] en utilisant notre modèle. Nous montrons que le phénomène non physique d'interpénétration des lèvres de la fissure, trouvé dans les résultats d'England, est supprimé avec notre modèle.

## REFERENCES

- [1] Dugdale, D.S. Yielding of steel sheets containing slits. *J. Mech. Phys. Solids*, 8:100–104, 1960.
- [2] Barenblatt, G.I. The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. *Advan. Appl. Mech.*, 7:55-129, 1962.
- [3] Ferdjani, H., Abdelmoula, R., Marigo, J.J. Insensitivity to small defects of the rupture of materials governed by the Dugdale model. *Continuum Mech. Thermodyn.*, 19: 191–210, 2007.
- [4] Ferdjani, H., Khelifi, M.Z., Marigo, J.J. Etude de l'influence des défauts de petite taille sur le comportement à rupture avec le modèle de Dugdale régularisé. *Revue Européenne de Mécanique Numérique*, 17, 2008.
- [5] Ferdjani, H., Abdelmoula, R., Marigo, J.J., El-Borgi S. Study of size effects in the Dugdale model through the case of a crack in a semi-infinite plane under anti-plane shear loading. *Continuum Mech. Thermodyn.*, 21: 41–55, 2009.
- [6] Erdogan, F., Gupta, G.D., Cook, T. Numerical solution of singular integral equation. In: Sih, G.C. (ed.) *Methods of Analysis and Solutions of Crack Problems*, 368–425. Noordhoff International Publishing, Leyden (1973).
- [7] Ferdjani, H., Marigo, J.J. Application of the Dugdale model to a mixed mode loading of a semi-infinite cracked structure. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 53:1-9, 2015.
- [8] England, A.H. A crack between dissimilar media. *J. Appl. Mech.*, 32(2), 400–402, 1965.

**Quelques applications de la géométrie différentielle en mécanique : de la modélisation à la discrétisation**

AZIZ HAMDOUNI

Dans cet exposé, nous présenterons quelques applications de la géométrie différentielle en mécanique. Nous donnerons d'abord le cadre générale, puis nous présenterons les techniques d'interpolations des modèles réduits basés sur la décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD) grâce aux géodésiques des variétés de Grassmann. Nous montrerons que cela permet d'obtenir des résultats prometteurs. Nous exposerons ensuite, l'utilisation des groupes de Lie des équations aux dérivées partielles pour l'étude des solutions invariantes des problèmes d'écoulements turbulents. Nous utiliserons aussi les symétries traduites par l'action d'un groupe de Lie afin de construire des modèles de turbulence de type simulation des grosses échelles (LES) consistants. Nous montrerons sur un exemple de convection mixte turbulente que cette approche est performante. Enfin, nous nous intéresserons à la discrétisation des EDO ou des EDP de la mécanique. Nous donnerons des méthodes de constructions d'intégrateurs géométriques. En complément des intégrateurs bien connus comme les intégrateurs symplectiques ou variationnels, nous construirons une méthode de discrétisation qui préserve le groupe de Lie des équations. Nous terminerons enfin par un bilan global sur les intégrateurs géométriques.

---

## A variational derivation of FFT-based schemes in computational micro mechanics.

PIERRE SUQUET

(joint work with Jean-Claude Michel)

We owe to J.J. Marigo a vision of Mechanics where variational properties (sometimes even called variational ‘principles’) play a central role. This is in particular exemplified in his earlier study on damage [1] and in his more recent contribution to fracture [2]. However, in his very first work (his thèse de 3ème cycle, a short version of which can be found in [3]) devoted to ultrasound monitoring of damage in concrete, the key notion was the Eshelby theory of inclusion problems [4]. Eshelby has developed a machinery to transform a problem for a heterogeneous body into another one for a homogeneous body with an additional ‘polarization stress’. Eshelby’s very elegant theory makes no use of variational properties and indeed the celebrated Eshelby’s tensor does not exhibit the major symmetry that one would expect from a variational standpoint.

A few years later, in the late 80’s, our group in Marseille developed a computational method making use of Fast Fourier Transforms (but that is not the important point at this stage) whose starting point is indeed Eshelby’s trick. This computational method proved to be rather efficient and is increasingly adopted by other groups. But still it was developed outside any variational framework.

To understand how it works, let us recall the integral equation version of the problem. It is a well-established result in the theory of linear composites that the local fields in such materials satisfy an integral equation which can be written symbolically as (Kröner [5], Willis [6], Milton [7])

$$(1) \quad (\mathbf{I} + \boldsymbol{\Gamma}^0 \boldsymbol{\delta L}) \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{E},$$

where  $\boldsymbol{\varepsilon}$  is the local field under investigation,  $\mathbf{E}$  is its average,  $\boldsymbol{\Gamma}^0$  is the Green’s operator associated with a homogeneous reference medium  $\mathbf{L}^0$  and  $\boldsymbol{\delta L} = \mathbf{L} - \mathbf{L}^0$  is the deviation of the actual material properties of the composite from the homogeneous reference medium. As recognized by Kröner, this integral equation has the same form as the Lippmann-Schwinger (LS) equation in scattering theory.

The resolution of (1) requires the inverse of  $\mathbf{I} + \boldsymbol{\Gamma}^0 \boldsymbol{\delta L}$ . However, the operator  $\mathbf{I} + \boldsymbol{\Gamma}^0 \boldsymbol{\delta L}$  is not a self-adjoint operator (the corresponding matrix for the discrete problem is not symmetric) since the operators  $\boldsymbol{\Gamma}^0$  and  $\boldsymbol{\delta L}$  do not commute.

The starting point of this study is the following question: *can the Lippmann-Schwinger operator be made self-adjoint by using the classical variational principles of energy minimization?* The answer is “yes”, the proof relies on a simple change of scalar product and is elementary.

The variational property of the LS equation opens new avenues for computational schemes. Its extension to constituents governed by one non-quadratic potential is straightforward. The extension to materials governed by two potentials relies on incremental variational principles (Mialon [8], Ortiz [9], Bourdin *et al* [2], Michel and Suquet [10]). Assume that the constitutive laws for each constituents can be written as:

$$(2) \quad \boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial w}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\alpha}), \quad \frac{\partial w}{\partial \boldsymbol{\alpha}}(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\alpha}) + \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{\boldsymbol{\alpha}}}(\dot{\boldsymbol{\alpha}}) = 0,$$

where  $\boldsymbol{\alpha}$  denote a set of internal variables. Then, after time-discretization with an implicit scheme (backward Euler), the fields (strain and internal variables) solution of the local problem (expressing equilibrium of the stress field, compatibility of the strain field with appropriate boundary) at time  $t_{n+1}$  has the variational property:

$$(3) \quad (\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}, \boldsymbol{\alpha}_{n+1}) = \underset{\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}}{\text{Argmin}} \underset{\boldsymbol{\alpha}}{\text{Argmin}} \langle w(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\alpha}) + \Delta t \varphi \left( \frac{\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}_n}{\Delta t} \right) \rangle.$$

This variational property is used to derive computational schemes for the class of composites described by (2) which are significantly faster than the usual schemes.

## REFERENCES

- [1] J.J. Marigo. Formulation d'une loi d'endommagement d'un matériau élastique. *Comptes Rendus Académie des Sciences de Paris, Série II*, **292**:1310–1313, 1981.
- [2] B. Bourdin, G. A. Francfort, and J. J. Marigo. *The variational approach to fracture*. Springer, 2008.
- [3] Y. Bamberger and J.J. Marigo. Propagation des ondes et microfissuration du béton. *Comptes Rendus Académie des Sciences de Paris, Série B*, **289**:215–218, 1979.
- [4] J.D. Eshelby. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems. *Proc. R. Soc. London A*, **241**:376–396, 1957.
- [5] E. Kröner. *Statistical Continuum Mechanics*, volume **92** of *CISM Lecture Notes*. Springer-Verlag, Wien, 1972.
- [6] J.R. Willis. Variational and related methods for the overall properties of composites. In C.S. Yih, editor, *Advances in Applied Mechanics 21*, pages 1–78, New-York, 1981. Academic Press.
- [7] G.W. Milton. *The Theory of Composites*. Cambridge University Press, Cambridge, 2002.
- [8] P. Mialon. Éléments d'analyse et de résolution numérique des relations de l'élasto-plasticité. Technical report, EDF. Bulletin de la Direction des Etudes et recherches. Série C. Mathématiques, Informatique, 1986.
- [9] M. Ortiz and L. Stainier. The variational formulation of viscoplastic constitutive updates. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, **171**:419–444, 1999.
- [10] J.C. Michel and P. Suquet. A model-reduction approach in micromechanics of materials preserving the variational structure of constitutive relations. *J. Mech. Phys. Solids*, **90**:254–285, 2016. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmps.2016.02.005>.

## Analyse énergétique du comportement des matériaux sous chargement cyclique.

ANDRÉ CHRYSOCHOOS

Le comportement cyclique des matériaux présente souvent des réponses hystérotiques stabilisées. L'exposé montrera les avantages qu'il y a à combiner techniques de corrélation d'images numériques et de thermographie infrarouge pour identifier la nature énergétique de telles boucles d'hystérésis. Si les mécanismes dissipatifs sont souvent responsables de l'énergie mécanique perdue mécaniquement dans la boucle contrainte-déformation, reflétant ainsi une dégradation du matériau, l'analyse thermodynamique des réponses cycliques révèle toutefois que de telles boucles d'hystérésis peuvent être aussi induites par des variations d'énergie interne (énergie stockée) et/ou par de forts effets de couplage thermomécanique associés aux mécanismes de diffusion de chaleur. Via plusieurs résultats d'expérience, la diversité des réponses énergétiques des matériaux sera montrée ainsi que ses conséquences en termes de modélisation de leur comportement dans un cadre thermomécanique. Un exemple de résultat énergétique concernant la fatigue à très grand nombre de cycles des aciers est montré ci-dessous. L'acier concerné est un DP600, sollicité à une fréquence  $f_L$  de chargement de 30Hz pour un rapport de charge  $R = -1$ . Le chargement est fait de mini-blocs mi de cycles (3000 cycles) à étendue de contrainte croissante (analyse de la dissipation plastique en fonction de la contrainte à état de fatigue « constant ») suivis de blocs de cycles importants  $p_i$  (100 000 cycles) à haut niveau de contrainte (mise en évidence d'une « cinétique » de fatigue).

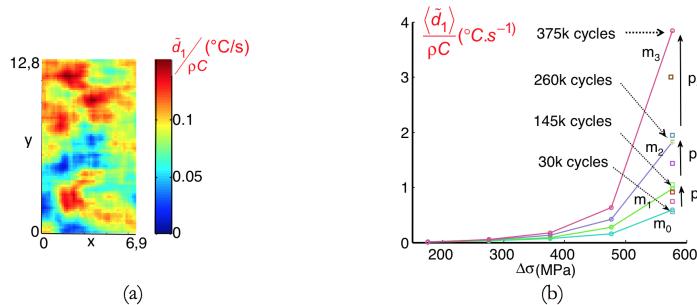


FIGURE 1. (a) Champ hétérogène de dissipation moyenne par cycle au bout de 50 000 cycles pour une étendue de contrainte de  $\Delta\sigma$  de 400MPa. (b) Courbes de puissance moyenne par cycle dissipée par l'éprouvette, au cours des mini-blocs de cycles mi. L'évolution de la dissipation durant les plateaux pi est représentée par les symboles « carré ». (B. Berthel et al., Exp. Mech., 2008).

**A minimization approach to the wave equation on time-dependent domains.**

GIANNI DAL MASO

We prove the existence of weak solutions to the homogeneous wave equation on a suitable class of time-dependent domains. Using the approach introduced by Serra and Tilli, such solutions are approximated by minimizers of suitable functionals in space-time.

---

## Bérenger's perfectly matched layers: mathematical study of transmission

LAURENCE HALPERN

(joint work with Jeffrey Rauch)

The Berenger's perfectly matched layers were revolutionary in the world of absorbing boundary conditions thanks to three main properties announced by Bérenger for the Maxwell equations: perfect transmission in the layer for all frequencies and all angles of incidence, damping in the layers which makes the question of exterior boundary conditions unimportant, and clever management of the layers, that solves the numerical problem of corners that was the subject of myriad articles.

In this presentation we report on recent works on transmission problems. The first results concerns Bérenger split Maxwell equations in three dimensions with possibly discontinuous absorptions. The discontinuity set of the absorptions or their derivatives has trihedral corners. Surprisingly, there is almost no loss of derivatives for the Bérenger split problem. The key point of the proof is a subtle variational formulation of the problem.

Second, we present an example of the Bérenger method for a problem with variable coefficients at the interface showing that the method is not perfectly matched. The reflections are revealed by constructing an infinitely accurate geometric optics approximation. They are also visible in numerical simulations that confirm the dependence on wavelength from the asymptotic expansions.

### REFERENCES

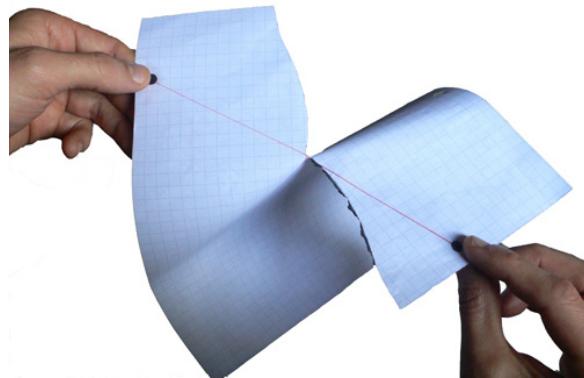
- [1] L. Halpern, S. Petit-Bergez, and J. Rauch. The analysis of matched layers. *Confluentes Math.*, 3(2):159–236, 2011.
- [2] L. Halpern and J. Rauch. Bérenger/Maxwell with discontinuous absorptions : Existence, perfection, and no loss. *Séminaire Laurent Schwartz. EDP et applications*, 2012-2013(10).
- [3] L. Halpern and J. Rauch. Strictly dissipative boundary value problems at trihedral corners. *Séminaire Laurent Schwartz. EDP et applications*, 2016-17(11), 2016-17.
- [4] Laurence Halpern and Jeffrey Rauch. Hyperbolic boundary value problems with trihedral corners. *Discrete Contin. Dyn. Syst.*, 36(8):4403–4450, 2016.
- [5] Laurence Halpern and Ludovic Métivier and Jeffrey Rauch and Juliette Ryan Nobody is perfect; matched layers for heterogeneous media *In revision*.

## Variations sur la déchirure

BENOÎT ROMAN

(joint work with M.Arroyo, B.Audoly, J.Bico, E.Cerda, J.F. Fuentealba, E.Hamm, A.Ibarra, B.Li, F.Melo, P.Reis, V.Romero, A.Takei, I.Sivak)

Déchirer une feuille de papier, ouvrir un paquet de gâteau : voici deux cas pratique où, plutôt que d'éviter la rupture, on recherche sa propagation dans un matériau plutôt fragile. On tente d'ailleurs dans ces cas de contrôler le chemin de rupture pour arriver à une découpe ou une ouverture du paquet.



La *mécanique linéaire de la rupture* fragile sait en principe prédire le seuil et la direction de propagation par l'étude du champs singulier des contraintes en tête de fissure, dans l'épaisseur de la plaque vue comme un matériau tridimensionnel. Mais il semble très difficile de relier cette approche dans le cadre de la mécanique des plaques, où au contraire on simplifie la cinématique dans l'épaisseur, et où de très fortes non-linéarités géométriques joueront un rôle important pour décrire une situation très courante de déchirure telle que sur l'image ci dessus.

L'*approche variationnelle de la rupture* [1] peut justement permettre de coupler mécanique de la rupture et mécanique des plaques. J'essaierai de l'illustrer sur plusieurs exemples expérimentaux.

En particulier, on peut imaginer que dans la limite des très faibles épaisseur, la plaque pourrait être considérée comme infiniment flexible (on néglige l'énergie de courbure). Dans le cas où la plaque est très fragile, on peut également imaginer que la rupture se propage alors que l'étirement membranaire est négligeable. On obtient alors un modèle assez étrange de propagation de fissure dans un milieu inextensible, infiniment flexible (donc dépourvu de constantes d'élasticité, et dans lequel la notion de facteur d'intensité des contraintes n'a pas de sens, par exemple)

Ce modèle limite donne des prédictions très simples sur les trajectoires de fissuration en utilisant des arguments géométriques, que je compareraï aux expériences dans plusieurs cas. S'il donne des prédictions intéressantes, beaucoup de questions se posent [2] et j'essaierai des les présenter : Quelles sont les limites de ce modèle? Comment expliquer les caractéristiques spécifiques de la rupture dans ce cadre simplifié (perte de mémoire)? Peut-on les dériver rigoureusement à partir d'un modèle de milieu élastique 3D?

## REFERENCES

- [1] Bourdin, B., Francfort, G., Marigo, J.J.: The variational approach to fracture. *J Elasticity.* **91**, 5–148, 2008.
- [2] Roman, B.: Fracture path in brittle thin sheets: a unifying review on tearing. *Int J Fract.* 182:209–237, 2013

**Flagellar motility and metaboly in Euglena gracilis: lessons on locomotion and shape control from a unicellular protist**

ANTONIO DE SIMONE

Locomotion strategies employed by unicellular organism are a rich source of inspiration for studying mechanisms for shape control. In fact, in an overwhelming majority of cases, biological locomotion can be described as the result of the body pushing against the world, by using shape change. Motion is then a result Newton's third and second law: the world reacts with a force that can be exploited by the body as a propulsive force, which puts the body into motion following the laws of mechanics. Strategies employed by unicellular organisms are particularly interesting because they are invisible to the naked eye, and offer surprising new solutions to the question of how shape can be controlled.

In recent years, we have studied locomotion and shape control in *Euglena gracilis* using a broad range of tools ranging from theoretical and computational mechanics, to experiment and observations at the microscope, to manufacturing of prototypes. This unicellular protist is particularly intriguing because it can adopt different motility strategies: swimming by flagellar propulsion, or crawling thanks to large amplitude shape changes of the whole body (a behavior known as metaboly). We will survey our most recent findings within this stream of research.

---

**Homogenization for seismic wave propagation and imaging in complex media**

YANN CAPDEVILLE

(joint work with Paul Cupillard, Laurent Guillot, Jean-Jacques Marigo)

In seismology, solving the elastic wave equation in complex media for both forward modeling and the imaging inverse problem is an important but difficult and computer intensive issue. One of the origin of this difficulty lies in the complexity of geological media that are deterministic and without any natural scale separation. Classical homogenization techniques are therefore poorly suited for this case. Nevertheless, seismologist always work in a limited frequency band which insure the existence of a minimum wavelength to the propagating wavefield. This minimum wavelength makes it possible to separates scale and we present an homogenization technique based on this idea. With this particular homogenization method, the obtained effective medium is not spatially constant by “smoother” than the fine scale original medium. It allows accurate numerical wavefield modeling at a much lower numerical cost than for the original medium. About the inverse problem based on limited frequency band seismic data, this homogenization technique raises an interesting point: there are at least two solutions to the inverse problem, the true medium and the effective medium. We will present the consequences of this fact on the full waveform inversion methods widely used in geophysics at all scales.

## Tearing up the veils

STÉPHANE ROUX

(joint work with O. Mahmood and B. Audoly)

“Line-tension media” (LTM) [1] refers to 2D elastic materials (veil, mat, fabric...) that buckle for arbitrary low compressive stress. They can be described effectively as obeying a non-linear elastic law, with a positive homogeneity of degree 1 [2]. A “direction law” [3], integrating over all orientations dissymmetric elastic springs with a stiffness  $k$  in tension and  $\eta k$  in compression provides a non-linear elastic constitutive law, amenable to an easy numerical implementation, such that LTM are obtained in the limit  $\eta \rightarrow 0$ .

Cracks in LTM are studied. Although crack tips display standard  $1/\sqrt{r}$  singularities, the angular part of the stress distribution is *not universal* [3]. The singular part vanishes in a range of angles encompassing the crack path (see Fig. 1) and this range of angle is geometry dependent.

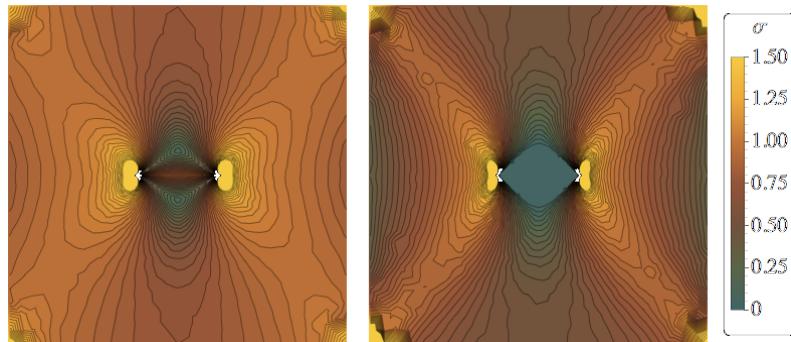


FIGURE 1. Stress (scalar) magnitude for a square medium subject to vertical traction and containing a central crack in the elastic case ( $\eta = 1$ ) (left) and close to the LTM limit ( $\eta = 0.01$ ) (right)

Cracks in LTM display unusual long-range interactions. The tensile stiffness of a plate containing two or more cracks may identically reach 0, although the cracks are not percolating throughout the medium. Adapting a result by Del Piero [4] for “masonry-like” materials, all those properties can be traced back to a simple geometrical construction of regions where the stress is identically 0, as the convex envelope of connected components of traction-free edges.

## REFERENCES

- [1] Wagner H., Flat sheet metal girder with very thin metal web. *Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt*, 20:200–314, 1929.
- [2] Steigmann D.J., Tension-field theory. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 429(1876):141–173, 1990.
- [3] Mahmood O., Audoly B., Roux S., Cracks in tension-field elastic media. preprint
- [4] Del Piero G., Constitutive equation and compatibility of the external loads for linear elastic masonry-like materials. *Meccanica*, 24: 150–254, 1989.

---

### LISTE DES PARTICIPANTS

- Alessi, Roberto, La Sapienza, roberto.alessi@uniroma1.it
- Ballard, Patrick, d'Alembert patrick.ballard@dalembert.upmc.fr
- Bossavit, Alain, Supelec bossavit@lgep.supelec.fr
- Bourdin, Blaise, LSU bourdin@lsu.edu
- Capdeville, Yann, LPG Nantes yann.capdeville@univ-nantes.fr
- Chrysochoos, André, LMGC Andre.Chrysochoos@univ-montp2.fr
- Comi, Claudia, Politecnico di Milano claudia.comi@polimi.it
- Dal Maso, Gianni, Sissa dalmaso@sissa.it
- De Simone, Antonio, Sissa desimone@sissa.it
- Destuynder, Philippe, CNAM destuynd@cnam.fr
- Dumontet, Helene, d'Alembert helene.dumontet@upmc.fr
- Ferdjiani, Hichem, Saad Dahlab University h\_ferdjani@yahoo.fr
- Fernandes, Amancio, d'Alembert amancio.fernandes@upmc.fr
- Feyel, Frederic, SAFRAN frederic.feyel@safran.fr
- Francfort, Gilles, Laboratoire Analyse, Géométrie et Applications gilles.francfort@univ-paris13.fr
- Frelat, Joël, d'Alembert, joel.frelat@upmc.fr
- Gallouet, Thierry, I2M thierry.gallouet@univ-amu.fr
- Halpern, Laurence, LAGA, halpern@math.univ-paris13.fr
- Hamdouni, Aziz, LASIE, aziz.hamdouni@univ-lr.fr
- Jabbour, Michel, LMS, jabbour@lms.polytechnique.fr
- Josserand, Christophe, LADHYX christophe.josserand@polytechnique.edu
- Laverne, Jerome, EDF, jerome.laverne@edf.fr
- Lazzaroni, Giuliano, Sissa, lazzaron@sissa.it
- Le Tallec, Patrick, LMS, patrick.letallec@polytechnique.edu
- Léger, Alain , LMA, leger@lma.cnrs-mrs.fr
- Léon Baldelli, Andrés Alessandro, IMSIA, leon.baldelli@cnrs.fr
- Lorentz, Eric, EDF, lorentz.rd@free.fr
- Marigo, Jean-Jacques, LMS
- Maurel, Agnes, Institut Langevin, ESPCI agnes.maurel@espci.fr
- Maurini, Corrado, d'Alembert corrado.maurini@upmc.fr
- Michel, Jean-Claude, LMA
- Neukirch, Sébastien, d'Alembert sebastien.neukirch@upmc.fr
- Pham, Kim, IMSIA, kim.pham@ensta-paristech.fr
- Pideri, Catherine, Institut de Mathématiques pideri@univ-tln.fr
- Roman, Benoit, PMMH benoit.roman@espci.fr
- Roux, Stéphane, LMT stephane.roux@lmt.ens-cachan.fr
- Seppecher, Pierre, Institut de Mathématiques, seppecher@imath.fr
- Suquet, Pierre, LMA , suquet@lma.cnrs-mrs.fr
- Truskinovsky, Lev, PMMH, lev.truskinovsky@espci.fr
- Vidoli, Stefano, La Sapienza, stefano.vidoli@uniroma1.it